

## MODELLAZIONE COSTITUTIVA DI UN TERRENO PIROCLASTICO

Sabatino Cuomo, Mariagiovanna Moscariello, Vito Foresta

*Università degli Studi di Salerno*

*scuomo@unisa.it, mamoscariello@unisa.it, vforesta@unisa.it*

Diego Manzanal, Manuel Pastor

*Universidad Politecnica de Madrid*

*diego.manzanal@gmail.com, manuel.pastor@upm.es*

### Sommario

La presente nota fornisce un contributo alla modellazione del comportamento meccanico di un terreno piroclastico della regione Campania attraverso il modello costitutivo Pastor-Zienkiewicz, utilizzato nella sua formulazione originaria (PZ) ed in una versione modificata (MPZ). In particolare, vengono simulate alcune prove di compressione triassiale, in condizioni drenate e non drenate, eseguite su provini saturi sia indisturbati che rimaneggiati.

### 1. Introduzione

L’analisi di problemi complessi di Ingegneria Geotecnica spesso richiede la disponibilità di dati sperimentali particolarmente accurati e di modelli costitutivi avanzati in grado di simulare efficacemente il comportamento tenso-deformativo dei terreni, sia saturi che parzialmente saturi.

L’oggetto della nota è l’applicazione del modello costitutivo avanzato Pastor-Zienkiewicz (1990) per la simulazione del comportamento meccanico di un terreno piroclastico saturo.

Tale modello si basa sui principi della Plasticità Generalizzata ed è particolarmente adatto a descrivere il comportamento di terreni sottoposti a percorsi di carico complessi sia statici che dinamici. Le simulazioni numeriche eseguite con il modello PZ, sia nella sua formulazione originaria che in una formulazione più recente proposta da Manzanal (2008) e Manzanal et al. (2011), si inseriscono in una più ampia attività di ricerca finalizzata alla modellazione costitutiva di terreni piroclastici, sia saturi che parzialmente saturi, sottoposti a percorsi di carico complessi (Cuomo et al., 2015a-d).

I dati sperimentali utilizzati per la calibrazione e validazione del modello PZ sono stati desunti da prove svolte presso il Laboratorio di Geotecnica “Giuseppe Sorbino” dell’Università di Salerno su materiali granulari in condizioni sia di totale che di parziale saturazione. A tal riguardo, appare utile evidenziare che precedenti ricerche hanno fornito per il terreno investigato un ampio data-set che include: i) proprietà fisico-meccaniche e resistenza a taglio in condizioni di totale e parziale saturazione (Bilotta et al., 2005), ii) proprietà idrauliche dei terreni parzialmente saturi (Sorbino & Foresta, 2002; Bilotta et al., 2005), iii) deformabilità, viscosità e collassabilità (Bilotta et al., 2006, 2008; Migliaro, 2008; Sorbino et al., 2011).

### 2. Modello costitutivo Pastor - Zienkiewicz

Il modello Pastor-Zienkiewicz (PZ) appartiene alla famiglia dei modelli costitutivi basati sulla teoria della Plasticità Generalizzata (Pastor et al., 1990), con la quale si introducono le deformazioni plastiche senza definire esplicitamente né una superficie di plasticizzazione, né un potenziale plastico,

ma solo specificando: i) tre direzioni (la direzione di carico  $n$ , la direzione del flusso plastico in carico,  $n_{gL}$ , ed in scarico,  $n_{gU}$ ); ii) due scalari (i moduli plastici in carico,  $H_L$ , ed in scarico,  $H_U$ ); iii) il tensore elastico,  $D_e$ . Si assume che le deformazioni plastiche possono avvenire sia in fase di carico che di scarico. Il modello PZ, nella sua formulazione originale, è in grado di simulare fenomeni di notevole interesse ingegneristico, quali la liquefazione delle sabbie in condizioni statiche e la liquefazione in condizioni di carico ciclico (Pastor et al., 1990). Una limitazione del modello PZ originario è legata alla necessità di utilizzare differenti parametri costitutivi per simulare il comportamento di una stessa sabbia, se caratterizzata da diverso valore della densità relativa e/o se sottoposta a differenti pressioni di confinamento. Per superare tale limite, Manzanal (2008) e Manzanal et al. (2011) hanno proposto l'introduzione di un parametro di stato ( $\psi$ ) che misura, nel piano  $e-p'$ , la distanza tra la Linea di Stato Critico e l'indice dei vuoti iniziale.

Il modello, nella sua formulazione originale, è completamente definito una volta che siano stati calcolati/calibrati 12 parametri ( $G_0, K_0, M_g, M_f, \alpha_g, \alpha_f, H_0, H_{u0}, \beta_1, \beta_0, \gamma, \gamma_u$ ) sui dati sperimentali delle prove triassiali standard. Il modello PZ modificato prevede l'utilizzo di 13 parametri costitutivi ( $G_0, K_0, M_g, e_\Gamma, \lambda, h_1, h_2, d_0, m, H'_0, \beta'_0, H_{v0}, \beta_v$ )

In particolare, il modulo di taglio iniziale ( $G_0$ ) è ottenuto dal grafico  $q-\epsilon_q$  di prove di compressione triassiali drenate, mentre il modulo di rigidezza volumetrica ( $K_0$ ) si può calibrare su prove di compressione isotropa o su prove triassiali drenate. Il modulo di plasticità iniziale ( $H_0$ ) nel modello PZ è funzione dell'indice dei vuoti iniziale ( $e_0$ ), della pendenza della retta di normale consolidazione ( $\lambda$ ) e della pendenza della retta di scarico e ricarico ( $\kappa$ ); mentre, nella versione modificata (MPZ), Eq. 1,  $H_0$  è funzione sia dell'indice dei vuoti corrente ( $e$ ) e di quello critico ( $e_c$ ), ed è calibrato da prove edometriche. Il parametro  $M_g$ , invece, corrisponde alla pendenza del linea di rottura nel piano  $q-p'$  ottenuto con prove triassiali su provini saturi. Il parametro  $M_f$  è funzione della densità relativa ( $D_r$ ) nel modello originale (Eq. 2), mentre nel modello modificato, è funzione della densità relativa e della pendenza della Linea di Stato Critico (Eq. 3). Anche la legge della dilatanza ( $d$ ) varia passando dal modello PZ originario al modello modificato (MPZ): nel primo caso si utilizza l'Eq. 4 dove  $\eta$  è il rapporto tra la tensione deviatorica e la tensione media effettiva ( $q/p'$ ) ed il parametro  $\alpha_f$  viene imposto uguale a  $\alpha_g$ , che è la pendenza del diagramma  $d-\eta$ ; invece, nel modello PZ viene utilizzata l'Eq. 5, proposta da Li e Dafalias (2000), dove  $d_0$  ed  $m$  sono due parametri calibrati sui dati sperimentali di prove di compressione triassiali drenate. Nel modello modificato (MPZ), la principale innovazione è l'utilizzo dell'equazione della Linea di Stato Critico (Eq. 6) proposta da Li e Wang (1998), dove  $e_\Gamma$  è l'indice dei vuoti in corrispondenza di  $p=1\text{ kPa}$ , mentre  $\lambda$  è la pendenza della Linea di Stato Critico e  $\xi_c$  è un parametro adimensionale di aggiustamento.

$$H_0 = H'_0 \cdot \exp \left[ -\beta'_0 \cdot \left( \frac{e}{e_c} \right)^\beta \right] \quad (1)$$

$$M_f = M_g D_r \quad (2)$$

$$M_f = h_1 - h_2 \left( \frac{e_0}{e_{crit}} \right)^\beta \quad (3)$$

$$d = (1 + \alpha_f)(M_g - \eta) \quad (4)$$

$$d = \frac{d_0}{M_g} \left( M_g \exp^{m\psi} - \eta \right) \quad (5)$$

$$e_{crit} = e_\Gamma + \lambda \left( \frac{p}{p_{atm}} \right)^{\xi_c} \quad (6)$$

### 3. Materiale e metodi

Il materiale oggetto delle simulazioni è un terreno piroclastico, originato dalle attività esplosive del complesso vulcanico Somma-Vesuvio, che si ritrova in una vasta area ( $3'000 \text{ km}^2$ ) della regione Campania. I terreni piroclastici sono caratterizzati da un elevato valore della porosità iniziale e da un modesto valore del peso dell'unità di volume (Bilotta et al., 2005). Specificatamente, il terreno oggetto di sperimentazione di laboratorio e di modellazione costitutiva è stato prelevato nel Comune di Sarno, lungo i versanti del massiccio Pizzo d'Alvano, interessati dai ben noti fenomeni franosi del Maggio 1998. Dal punto di vista granulometrico, il terreno è un limo sabbioso ed afferisce alla classe denominata "A" dei terreni piroclastici studiati da Bilotta et al. (2005).

Le prove di compressione triassiale drenate e non drenate, utilizzate per calibrare il modello Pastor-Zienkiewicz, nelle sue due formulazioni, sono state eseguite sia su campioni indisturbati che rimaneggiati del terreno selezionato.

I campioni sottoposti a prove triassiali drenate presentano un comportamento incrudente, senza raggiungere mai lo Stato Critico. Di fatto, i campioni presentano un comportamento deformativo intermedio tra quello dei materiali granulari e quello dei materiali coesivi (Migliaro, 2008). Nello specifico. La Linea di Stato Critico, per tale motivo, è stata ricavata interpolando i dati della curva  $q-e_q$ , mediante una funzione iperbolica e ipotizzando che lo stato critico coincida con lo stato tensio-deformativo corrispondente a una deformazione distorsionale del 40%.

I campioni sottoposti a prove triassiali non drenate mostrano un comportamento instabile, se costituiti da materiale intatto, ovvero incrudente, se costituiti da materiale rimaneggiato. Anche in condizioni non drenate, il materiale non raggiunge mai una condizione di Stato Critico. Inoltre, si riscontra un buon accordo, nel piano  $v-p'$ , tra la Linea di Stato Critico (ottenuta dalle prove triassiali drenate) ed i punti terminale delle prove triassiali non drenate.

*Tabella 1. Prove di compressione triassiale drenate e non, su materiale piroclastico sia indisturbato che rimaneggiato.*

Prove triassiali drenate					Prove triassiali non drenate				
Prova	provino	$p'_{\text{cons}}$	$e_0$	$D_f$	Prova	provino	$p'_{\text{con}}$	$e_0$	$D_f$
BIS02_05	i	50	2.281	0.27	BIS06_05	i	150	2.065	0.37
BIS09_04	i	50	2.385	0.22	BIS03_05	i	100	2.113	0.35
BIS13_04	i	100	2.110	0.34	BIS01_05	i	50	2.188	0.31
BIS04_05	i	100	2.059	0.37	BIS07_05	i	50	2.338	0.24
BIS05_05	i	150	2.007	0.39	BIS25_06	r	50	1.885	0.45
BIS08_04	i	150	2.282	0.36	BIS18_06	r	100	1.608	0.59

provino: indisturbato (i), rimaneggiato (r)

### 4. Modellazione costitutiva

#### 3.1 Simulazione di prove triassiali drenate

Le prove triassiali, utilizzate per calibrare e validare sia il modello PZ originale che il modello modificato (MPZ), sono state eseguite su materiale indisturbato e con densità relative comprese tra 0.27 e 0.39. Per ogni pressione di confinamento investigata, è stata utilizzata una prova per la calibrazione e una per la validazione dei modelli.

I parametri  $H_0$  e  $M_f$ , del modello PZ originale, sono stati calibrati partendo dai valori iniziali, calcolati rispettivamente come suggerito da Pastor et al. (1990) e dall'Eq. 2, e modificandoli fino ad ottenere una buona approssimazione di tutte le curve in Fig. 1 a-c. I valori di  $H_0$ , ricavati dalla calibrazione, sono superiori a quelli ottenuti dall'Eq. 1. I valori di  $M_f$ , al contrario, sono piuttosto simili a quelli ottenuti dall'Eq. 2.

Per il modello PZ modificato, al contrario, è stato possibile utilizzare un unico set di parametri indipendentemente dalla pressione di confinamento.

I risultati ottenuti con entrambi i modelli sono soddisfacenti; tuttavia, il modello modificato (MPZ) fornisce risultati migliori in termini di deformabilità. Per entrambi i modelli la resistenza massima raggiunta durante le prove è leggermente sottostimata. La migliore sovrapposizione delle curve  $q-\varepsilon_1$  si ottiene in corrispondenza delle prove con  $p'_{\text{cons}}=50 kPa simulate con il modello modificato MPZ.$

Tabella 2. Parametri per la calibrazione e validazione del modello PZ e del modificato MPZ su prove triassiali drenate.

Prova	#	Modello PZ		Modello modificato MPZ			
		$H_0$	$M_f$	$h_1$	$h_2$	$d_0$	$m$
BIS02_05	C						
BIS09_04	V	86	0.40				
BIS13_04	C						
BIS04_05	V	110	0.57	1	0.35	0.28	2.5
BIS05_05	C						
BIS08_04	V	120	0.60				

#: (C) Calibrazione, (V) Validazione  
 Dati sperimentali:  $\lambda=0.274$ ;  $\kappa=0.015$ ;  $e_{\text{atm}}=2.3$  kPa;  $M_g=1.55$   
 Modello PZ:  $v=0.2$ ,  $G_0=10628$  kPa,  $\gamma=\gamma_u=2$ ,  $\alpha_g=\alpha_i=0.45$ ,  $\beta'_0=0.2$ ,  $\beta_1=4.2$   
 Modello PZ modificato:  $v=0.2$ ,  $G_0=10628$  kPa,  $\gamma=\gamma_u=2$ ,  $\alpha_g=\alpha_i=0.45$ ,  $\beta'_0=0.2$ ,  $\beta_1=4.2$ ,  $\xi=0.8$

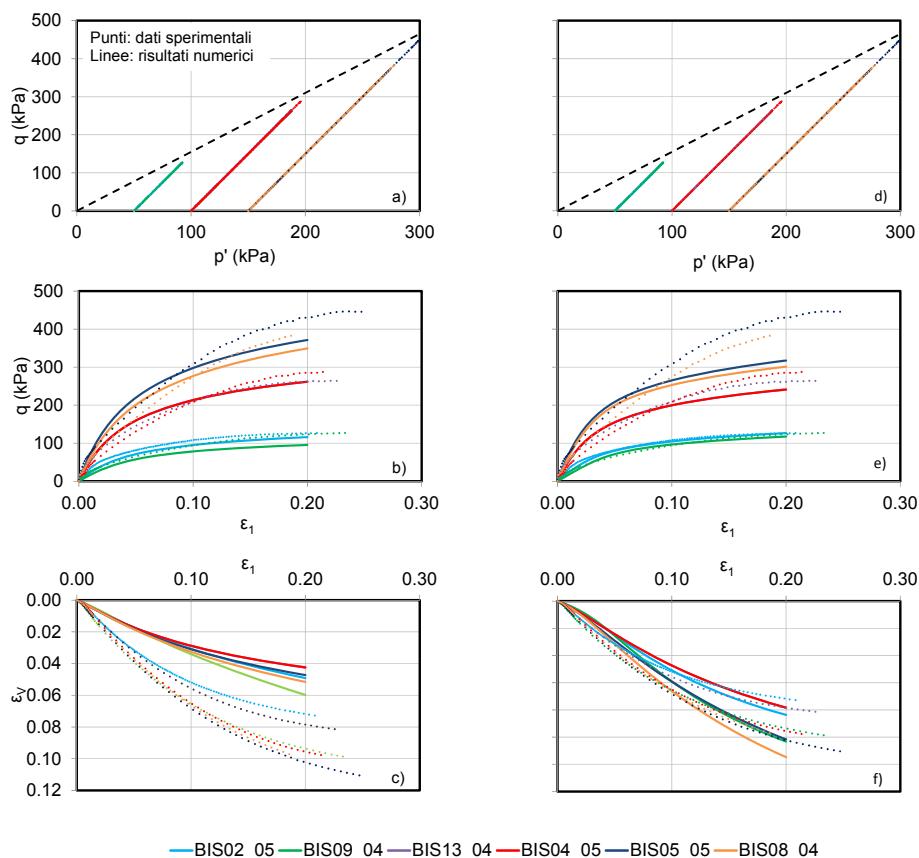


Fig 1. Risultati sperimentali e numerici delle prove triassiali drenate  
 (a-c: modello originale PZ; d-f: modello modificato MPZ).

### 3.2 Simulazione di prove triassiali non drenate

Le prove triassiali non drenate, scelte per la calibrazione e la validazione di entrambi i modelli, sono

state eseguite su campioni sia indisturbati sia rimaneggiati.

I parametri calibrati nel modello PZ originale, per i campioni indisturbati, sono stati ricavati utilizzando la stessa procedura esposta per le prove triassiali drenate. Tali parametri, a causa della diversa densità relativa dei campioni, sono sensibilmente diversi da quelli ottenuti per le prove triassiali drenate. Al contrario, per il modello modificato MPZ è stato utilizzato lo stesso set di parametri sia per le prove di compressioni drenate sia per quelle non drenate.

Sia il modello PZ originale e sia il modello PZ modificato risultano in grado di simulare i risultati sperimentali in modo soddisfacente, specie per i campioni indisturbati.

Tabella 3. Parametri per la calibrazione e validazione del modello PZ e del modificato MPZ su prove triassiali non drenate.

Prova	#	Modello PZ		Modello modificato MPZ			
		$H_0$	$M_f$	$h_1$	$h_2$	$d_0$	$m$
BIS06_05	C		0.57				
BIS03_05	C		0.54				
BIS01_05	C	30		1	0.35	0.28	2.5
BIS07_05	V		0.48				
BIS25_06	C		0.91				
BIS18_06	V	30		1	0.35	0.28	2.5

#: (C) Calibration, (V) Validation  
 Dati sperimentali:  $\lambda=0.274$ ;  $\kappa=0.015$ ;  $e_{atm}=2.3\text{ kPa}$ ;  $M_g=1.55$   
 Modello PZ:  $v=0.2$ ,  $G_0=10628\text{ kPa}$ ,  $\gamma=\gamma_u=2$ ,  $\alpha_g=\alpha_f=0.45$ ,  $\beta'_0=0.2$ ,  $\beta_1=4.2$   
 Modello PZ modificato:  $v=0.2$ ,  $G_0=10628\text{ kPa}$ ,  $\gamma=\gamma_u=2$ ,  $\alpha_g=\alpha_f=0.45$ ,  $\beta'_0=0.2$ ,  $\beta_1=4.2$ ,  $\xi=0.8$

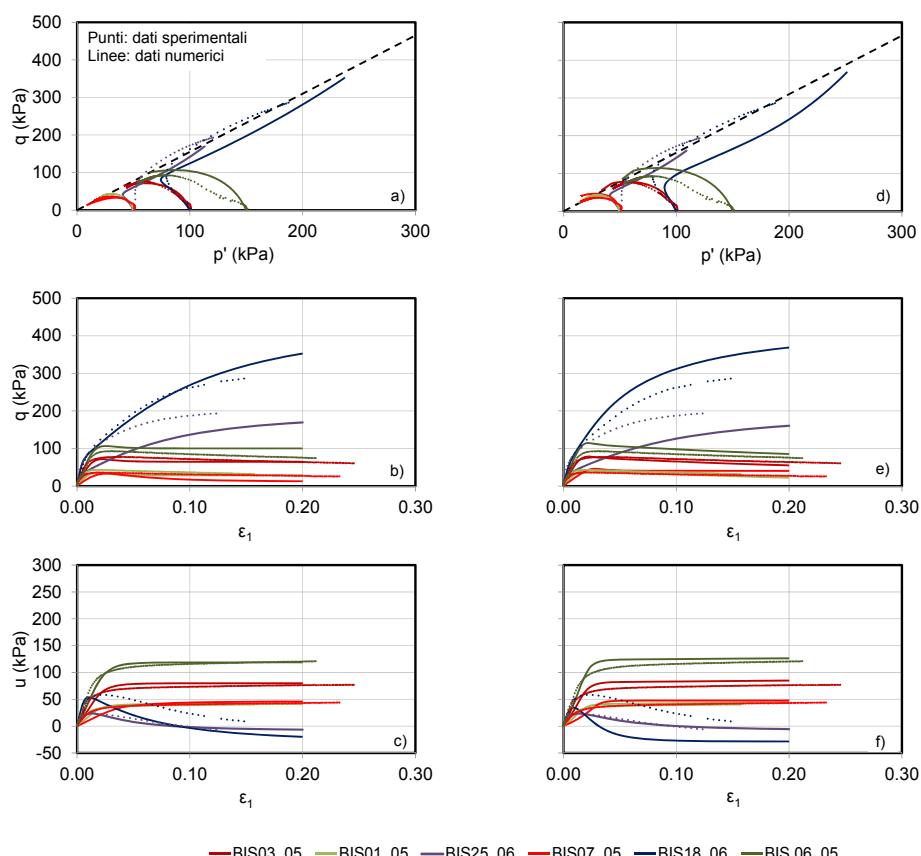


Fig 2. Risultati sperimentali e numerici per le prove triassiali non drenate  
 (a-c: modello originale PZ; d-f: modello modificato MPZ).

## 5. Considerazioni conclusive

La presente nota ha inteso verificare l'applicabilità del modello costitutivo Pastor-Zienkiewicz, in due sue distinte formulazioni, quella originale (PZ) e quella recentemente modificata (MPZ) per la simulazione del comportamento meccanico di provini, indisturbati e rimaneggiati, ricavati da un terreno piroclastico della regione Campania. In particolare, il modello (PZ ed MPZ) è stato calibrato e validato con successo per prove di compressione triassiale drenate, e non drenate. Le analisi svolte hanno dimostrato che entrambe le formulazioni del modello utilizzate sono in grado di riprodurre in modo soddisfacente sia il comportamento dilatante sia quello contraente del terreno oggetto di studio.

## Bibliografia

- Bilotta, E., Cascini, L., Foresta, V., Sorbino, G., (2005). Geotechnical characterisation of pyroclastic soils involved in huge flowslides, *Geotechnical and Geological Engineering*, 23, 365-402.
- Bilotta, E., Foresta, V., Migliaro, G., (2008). The influence of suction on stiffness, viscosity and collapse of some volcanic ashy soils. In *Unsaturated Soils: Advances in Geo-Engineering*, Toll et al. (eds).
- Cuomo, S., Foresta, V. and Sorbino, G., (2015a). Remarks on a new simple shear apparatus for saturated and unsaturated soil testing". Submitted for publication.
- Cuomo, S., Foresta, V., Moscariello, M. (2015b). Shear strength of a pyroclastic soil measured in different testing devices. Submitted for publication to Workshop on Volcanic Rocks & Soils (Ischia, Italy), 24-25 September 2015.
- Cuomo, S., Manzanal, D., Moscariello, M., Pastor, M., Foresta, V., (2015c). Application of a generalized plasticity constitutive model to a saturated pyroclastic soil of Southern Italy. Submitted for publication to 15th Pan-American Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (Buenos Aires, Argentina), 15-18 November 2015.
- Cuomo, S., Moscariello, M., Foresta, V., Manzanal, D., Pastor, M., (2015d). Experimental investigation and constitutive modelling for an unsaturated pyroclastic soil, Submitted for publication to Workshop on Volcanic Rocks & Soils (Ischia, Italy), 24-25 September 2015.
- Li X.S., Dafalias Y.F., (2000). Dilatancy for cohesionless soils, *Géotechnique*, 50, No.4, 449 -460.
- Li, X.S., Wang, Y., (1998). Linear representation of steady-state line for sand, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 124, No. 12, 1215-1217.
- Manzanal, D., (2008). Modelo constitutivo basado en la teoría de la PlasticidadGeneralizada con la incorporación de parámetros de estado para arenas saturadas y no saturadas, PhD thesis, Universidad Politécnica de Madrid (Spain).
- Manzanal, D., Merodo, J.A., Pastor, M., (2011). Generalized plasticity state parameter-based model for saturated and unsaturated soils. Part 1: Saturated state, *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 35, Issue 12. 1347–1362.
- Migliaro, G., (2008). Il legame costitutivo dei terreni piroclastici per la modellazione di scavi in ambiente urbanizzato ed influenza della parziale saturazione. PhD Thesis, Universitàdegli Studi di Salerno (Italy).
- Pastor, M., Zienkiewicz, O.C. and Chan, A.H.C., (1990). Generalized plasticity and the modelling of soil behaviour, *Int. J. Numer. and Anal. Methods in Geomechanics*, 14, 151-190.
- Sorbino, G. and Nicotera, M.V., (2013). Unsaturated soil mechanics in rainfall-induced flow landslides, *Engineering Geology*, Vol. 165, No. 24, 105–132.
- Sorbino, G., Foresta, V. (2002). Unsaturated hydraulic characteristics of pyroclastic soils. In: Juca de Campos, Marinho Eds. *Unsaturated Soils*, 405-410.
- Sorbino, G., Migliaro, G. and Foresta, V. (2011). Laboratory investigations on static liquefaction potential of pyroclastic soils involved in rainfall-induced landslides of the flow-type. Proceedings of the 5th International Conference on Unsaturated Soils, London, Vol. 1, 375–380.