

# VALUTAZIONE DELL'INCERTEZZA DEI PARAMETRI DEL CIRCUITO EQUIVALENTE DI UN SUPERCONDENSATORE

† M. Zucca, M. Hassanzadeh, D. Signorino, U. Pogliano

Istituto Nazionale di Ricerca Metrologica (INRIM), Strada delle Cacce 91, 10135 Torino

L'efficacia di un modello equivalente circuitale (Equivalent Circuit Model - ECM) di un supercondensatore (SC) è legata ai limiti dell'identificazione dei parametri circuitali, che viene comunemente ottenuta mediante la misura di tensione e corrente in cicli di carica e autoscarica. L'incertezza nell'identificazione dei parametri circuitali dipende dall'accuratezza della strumentazione di misura e dalla ripetibilità del dispositivo. In merito a quest'ultimo parametro, è indispensabile un preconditionamento del SC o training, al fine di riportarsi in condizioni ripetibili. Il training in genere consiste in una serie di cicli di carica (circa 30 minuti) e scarica, ripetuti per almeno una decina di volte. La Fig. 1 illustra la ripetibilità di un SC con e senza opportuno preconditionamento, il quale è richiesto prima della messa in servizio di un SC in qualsiasi circuito.

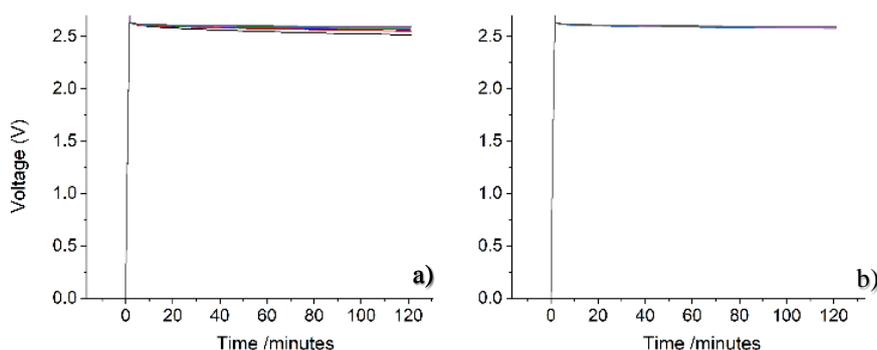


Figura 1. Comportamento di su SC senza training (a) e con training (b)

Rimane da stabilire quanto sia accurata la determinazione del circuito equivalente tenuto conto che le misure di tensione e corrente utilizzate per l'identificazione sono affette da incertezza, e che le misure di corrente e tensione, sebbene molto prossime, non sono perfettamente sovrapponibili (si veda Fig. 1 b).

Per rispondere a tale domanda si consideri un qualsiasi modello dove i parametri sono certamente la corrente di carica e una serie di parametri circuitali, tipicamente resistenze e capacità.

$$u(t) = f(P_1, P_2, \dots, P_k, i(t)) \quad (1)$$

dove  $u(t)$  è l'andamento temporale della tensione ai morsetti,  $i(t)$  è l'andamento temporale della corrente,  $P_1 \dots P_k$  sono i parametri circuitali. Definendo l'andamento temporale della sensitività della tensione ai morsetti rispetto a ciascun parametro  $P_j$  come

$$S_{P_j}(i_m(t), t) = \frac{\partial u(t)}{\partial P_j} = \frac{\partial f(P_1, P_2, \dots, P_k, i_m(t))}{\partial P_j} \quad (2)$$

è possibile impostare una equazione matriciale che collega la non desiderata e possibile variazione dei parametri dovuta alle tre cause note ovvero: incertezza nella misura di tensione ai morsetti, incertezza nella misura della corrente di carica, incertezza dovuta alla ripetibilità della misura. Per quanto riguarda quest'ultimo parametro, è possibile considerare tra tutti gli

andamenti temporali quasi sovrapponibili un andamento che si colloca intorno alla media e, per quello, identificare i parametri del modello. Quindi si costruisce una matrice che contiene come colonne gli andamenti temporali con le differenze delle tensioni ai morsetti  $\Delta \mathbf{U}$  rispetto all'andamento scelto come riferimento [1]

$$\Delta \mathbf{U} = \mathbf{S}_P \cdot \Delta \mathbf{P} \quad (3)$$

$\mathbf{S}_P$  è la matrice di sensitività dei vari parametri, calcolabile dal modello, mentre  $\Delta \mathbf{P}$  è la matrice di variazione temporale dei parametri che è l'incognita.

$\Delta \mathbf{P}$  può essere calcolato attraverso il cosiddetto the least-squares principle con la seguente

$$\Delta \mathbf{P} = (\mathbf{S}_P^T \cdot \mathbf{S}_P)^{-1} \cdot \mathbf{S}_P^T \cdot \Delta \mathbf{U} \quad (4)$$

con il vantaggio che la matrice  $(\mathbf{S}_P^T \cdot \mathbf{S}_P)^{-1} \cdot \mathbf{S}_P^T$  può essere calcolata una sola volta.

Analogamente, calcolata l'incertezza di misura della tensione ai morsetti, e considerato il termine  $abs(\Delta \mathbf{u}_{vms})$  come il massimo valore assoluto dell'errore nella misura di tensione ai morsetti dovuto alla strumentazione, in funzione del tempo, è possibile impostare una equazione analoga alla (3) da cui, tramite inversione, calcolare la corrispondente incertezza di dei parametri del modello.

$$\Delta P_{vms} = |((\mathbf{S}_P^T \cdot \mathbf{S}_P)^{-1} \cdot \mathbf{S}_P^T)| \cdot |(\Delta \mathbf{u}_{vms})| \quad (5)$$

Analogamente si può operare considerando la variazione temporale della tensione ai morsetti  $\Delta \mathbf{U}_{cur}$  causata da una variazione della corrente di carica  $\Delta I_{ch}$  posta uguale alla variazione assoluta corrispondente all'incertezza di misura della corrente:

$$\Delta P_{cur} = |((\mathbf{S}_P^T \cdot \mathbf{S}_P)^{-1} \cdot \mathbf{S}_P^T)^T \cdot \Delta \mathbf{U}_{cur}| \quad (6)$$

Infine, per composizione dei termini, assunto un fattore di copertura  $k$  pari a 2, la valutazione dell'incertezza dei parametri del modello può essere valutata come:

$$U_P = k \cdot \sqrt{(\sigma_{P_{rea}})^2 + \left(\frac{\Delta P_{cur}}{\sqrt{3}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta P_{vms}}{\sqrt{3}}\right)^2} \quad (7)$$

Il metodo è stato validato su tre taglie di supercondensatori commerciali ed è stato pubblicato in [2], ed applicato al modello [3].

### Bibliografia

- 1 M. Zucca, M. Hassanzadeh, D. Signorino and U. Pogliano, "Measurement Repeatability of a Supercapacitor Equivalent Circuit Parameters," *2024 Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM)*, Denver, CO, USA, 2024, pp. 1-2, doi: 10.1109/CPEM61406.2024.10645978.
- 2 M. Zucca, M. Hassanzadeh, D. Signorino and U. Pogliano, "Uncertainty Evaluation of a Supercapacitor Equivalent Circuit Parameters," in *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 74, pp. 1-9, 2025, Art no. 1502509, doi: 10.1109/TIM.2025.3544362.
- 3 M. Zucca, M. Hassanzadeh, O. Conti, U. Pogliano, "Accurate Parameters Identification of a Supercapacitor Three-Branch Model," in *IEEE Access*, vol. 11, pp. 122387-122398, 2023, doi: 10.1109/ACCESS.2023.3328803

† This work was supported by the European Union under the Horizon Europe Research and Innovation Programme (HE), partially in the framework of the EMPHASIS Project (<https://www.emphasis-supercaps.eu/>) under Grant 101091997 and partially in the framework of the 23IND04 MetSuperCap Project (<https://www.metsupercap.eu/>). This latter has received funding from the European Partnership on Metrology, co-financed by the HE and by the Participating States. Views and opinions expressed are, however, those of the author(s) only and do not necessarily reflect those of the European Union or EURAMET. Neither the European Union nor the granting authority can be held responsible for them.