

ANALYTICAL ESTIMATION OF DC STRAY MAGNETIC FIELDS USING EQUIVALENT SOURCES

C. Silano¹, R. Fresca², V.P. Loschiavo¹ and A. Quercia³

¹ Università del Sannio, Dipartimento di Ingegneria, Benevento, Italy

² Università della Basilicata, Dipartimento di Ingegneria, Potenza, Italy

³ Università di Napoli Federico II, DIETI, Napoli, Italy

La conoscenza della distribuzione del campo magnetico lontano dalle sorgenti riveste un'importanza fondamentale, soprattutto nei dispositivi in cui esso raggiunge valori elevati, come i Tokamak, poiché il tale campo potrebbe influenzare le diagnostiche [1] e causare danni alla salute del personale negli edifici circostanti. In generale, esistono varie applicazioni in cui è cruciale conoscere con grande precisione il comportamento e i valori del campo magnetico, è questo il caso dei magneti negli acceleratori di particelle. In particolare, come evidenziato in [2], nella fase di progettazione di un magnete quale ad esempio quello dell'esperimento SHiP (Search for Hidden Particles), mostrato in Figura 2, è cruciale la conoscenza dello stray magnetic field massimo in quanto questo costituisce una specifica di progetto da dover soddisfare.

A tal fine, è prioritario disporre di una conoscenza accurata dei campi magnetici dispersi e sviluppare un metodo semplice, affidabile e veloce per calcolarli.

In questo contesto, esistono già metodi numerici per il calcolo di un campo vettoriale, come il FEM (Metodo degli Elementi Finiti), il FDM (Metodo delle Differenze Finite) o il MoM (Metodo dei Momenti). Tutti gli approcci citati presentano punti di forza e di debolezza e si adattano ad una certa varietà di casistiche. Nota comune a tutti gli approcci è che richiedono un certo onere computazionale, più o meno rilevante, hanno un'accuratezza legata a tale onere e dipendente dalla mesh usata nella simulazione.

Un approccio innovativo attualmente in fase di sviluppo da parte del gruppo consente la determinazione del campo magnetico disperso nelle regioni d'aria circostanti l'oggetto di interesse, ad esempio il materiale ferromagnetico che costituisce un magnete presente all'interno di un acceleratore di particelle, evitando l'utilizzo di una mesh. Il metodo consiste nella riduzione del problema a un insieme di sorgenti equivalenti (vedi Figura 1), dei dipoli, con specifici valori di momento magnetico localizzati nei punti di Gauss.

L'uso dei punti di Gauss richiede la definizione del processo di quadratura, metodologia attraverso la quale si può approssimare l'integrale definito di una funzione attraverso una sommatoria del prodotto tra la funzione calcolata nei nodi e il relativo peso. Esistono diversi metodi di quadratura, quello di Gauss ha caratteristiche particolari, brevemente riassunte di seguito:

- È una formula di quadratura aperta: i nodi alle estremità appartengono all'intervallo di definizione (a,b) e non coincidono con gli estremi dell'intervallo stesso;
- Utilizza come polinomi interpolatori per approssimare la funzione integranda dei polinomi *monici* (il coefficiente del termine di grado maggiore è unitario). Gli zeri di tali polinomi costituiscono i nodi della formula di quadratura e risultano essere anche gli autovalori della matrice Jacobiana;
- La formula di quadratura è esatta per tutti i polinomi di grado $\leq 2n - 1$ dove n è il grado del polinomio *monico* utilizzato [3];
- Essendo i pesi tutti positivi, le formule sono stabili anche per alti valori di n [4];

In tale contesto, i nodi e i pesi possono essere ricavati a partire da formulazioni monodimensionali combinate tra loro usando il metodo del prodotto [5].

Assegnando a ciascun dipolo un peso appropriato, è possibile, tramite la risoluzione di un problema di identificazione, determinare i momenti magnetici delle sorgenti equivalenti. Il problema inverso è risolto a partire dalla conoscenza del campo di induzione magnetica in punti di osservazione arbitrari utilizzando un approccio numerico o analitico. Questi ultimi permettono, a loro volta, di calcolare il campo magnetico in qualsiasi regione del dominio esterna al materiale ferromagnetico.

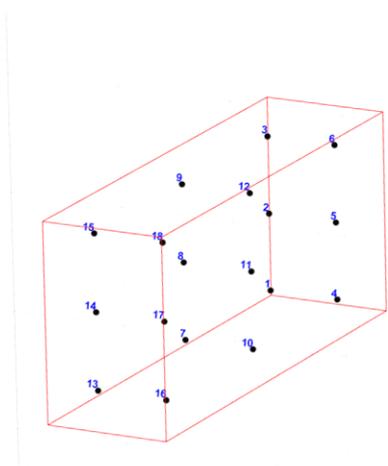


Figura 1: Disposizione dei dipoli all'interno di un magnete di forma parallelepipedica. Caso con 18 dipoli disposti nei punti di Gauss.



Figura 2: Magnete usato nell'esperimento SHiP, elemento fondamentale del rivelatore SND

Bibliografia

- [1] Jagielski, Michał, et al, «Magnetic field influence on electron transport in planned GEM-based radiated power diagnostic for DEMO,» *Physics of Plasmas*, vol. 31.11, 2024.
- [2] SHiP Collaboration, «The magnet of the scattering and neutrino detector for the SHiP experiment at CERN.,» *Journal of Instrumentation*, pp. 15(01), P01027, 2020.
- [3] Lozier, D. W., et al, «NIST handbook of mathematical functions,» [Online]. Available: <https://dlmf.nist.gov/3.5#v>.
- [4] L. N. Trefethen e D. Bau, Numerical linear algebra, Society for Industrial and Applied Mathematics, 1997.
- [5] Stroud, Arthur H., Approximate calculation of multiple integrals, Prentice Hall, 1971.