

Ricostruzione della corrente nel canale di fulminazione a partire da misurazione di campo magnetico

Massimo Brignone, Daniele Mestriner, Mario Nervi, Martino Nicora

Dipartimento DITEN – Università degli Studi di Genova, Via Opera Pia 11a, 16145 Genova

L'unità afferente all'Università di Genova ha proposto un nuovo metodo [1] per risolvere il problema inverso di ricostruire la corrente nel canale del fulmine a partire da misurazioni del campo magnetico. Non è richiesto alcun modello o misurazione della corrente alla base del canale, quindi, a differenza di precedenti approcci a questo tipo di problema inverso, è possibile eliminare molteplici ipotesi sulla propagazione della corrente lungo il canale stesso. L'unica assunzione, come di consueto, è che il canale del fulmine sia rettilineo e verticale. Il metodo è formulato nel dominio della frequenza e si basa su una rappresentazione in doppia serie di Fourier della corrente incognita come funzione di due variabili (la coordinata verticale e la frequenza). Considerando la simmetria del problema, come mostrato in Figura 1, è possibile ottenere l'espressione nel dominio della frequenza del campo magnetico azimutale \hat{H}_φ^T (noto in una finestra temporale di durata finita $[0, T]$, si veda [2]),

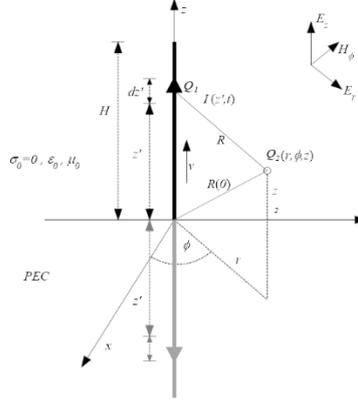


Figura 1 Geometria del problema.

$$\hat{H}_\varphi^T(r, z, \omega) = \int_{-H}^H \frac{cr + j\omega r R}{4\pi c R^3} e^{-\frac{j\omega R}{c}} \hat{I}(z', \omega) dz'.$$

Dove $R = \sqrt{r^2 + (z - z')^2}$ in cui r e z sono le coordinate del punto di misura del campo e $z' \in [-H, H]$, essendo H è l'altezza del canale; \hat{I} è la trasformata di Fourier della controparte nel tempo espressa da $I(z', t)$. Ricorrendo ad una rappresentazione della \hat{I} come Serie di Fourier discreta (DFS), è possibile scrivere in forma compatta

$$\hat{I}(z', \omega) = \sum_{k_1, k_2} c_{k_1, k_2} e^{j(k_1 z' + k_2 \omega)} \quad \forall (z', \omega) \in D := [-H, H] \times [-\Omega, \Omega]$$

con $\Omega > 0$ opportuno (maggiore della massima frequenza disponibile). I coefficienti complessi c_{k_1, k_2} soddisfano

$$c_{k_1, k_2} = \frac{1}{4H\Omega} \iint_D \hat{I}(z', \omega) e^{-j(k_1 z' + k_2 \omega)}$$

Per trattare numericamente il problema, la doppia serie di Fourier deve essere troncata, il che corrisponde ad esprimere $k_1 = -\frac{\pi}{H}m_1$ e $k_2 = \frac{\pi}{\Omega}m_2$ con $m_1 \in \{-M_1, \dots, M_1\}$ e $m_2 \in \{-M_2, \dots, M_2\}$ interi per $M_1, M_2 > 0$ interi positivi, opportuni. Dal momento che è verificata la proprietà $c_{k_1, k_2} = c_{-k_1, k_2}$, sostituendo l'espressione della corrente nel campo magnetico, si arriva al seguente problema inverso

$$\hat{H}_\phi^T(r, z, \omega) = \sum_{m_1=0, \dots, M_1} \sum_{m_2=-M_2, \dots, M_2} \tilde{c}_{m_1, m_2} (2 - \delta_{0, m_1}) \int_{-H}^H \frac{cr + j\omega r R}{4\pi c R^3} e^{-\frac{j\omega(\frac{m_2 \pi}{\Omega} - \frac{R}{c})}{c}} \cos\left(\pi m_1 \frac{z'}{H}\right) dz'.$$

Ove per esplicitare la dipendenza da m_1, m_2 vengono introdotti i $\tilde{c}_{m_1, m_2} = c_{k_1, k_2}$ e δ_{0, m_1} rappresenta la delta di Kronecker. Abbiamo quindi un problema inverso, lineare, nelle $N = (M_1 + 1)(2M_2 + 1)$ incognite \tilde{c}_{m_1, m_2} . Risolvendo il problema con opportune tecniche di regolarizzazione (metodo di Tihkonov [2]) e ritornando nel dominio del tempo, si ottengono risultati accurati anche in presenza di misurazioni del campo magnetico affette da rumore. Nello specifico si è simulata la misurazione del campo magnetico risolvendo il problema diretto in cui la corrente alla base del canale segue il modello di Heidler che rappresenta un “first-return stroke” [3] e si attenua in modo esponenziale $I(z, t) = I\left(0, t - \frac{|z'|}{v}\right) e^{-\frac{|z'|}{\lambda}}$ in cui $\lambda = 2000$ e $v = c/2$, lungo un canale di altezza $H = 4000$ m. Considerando 10 sensori posti al suolo e distanza orizzontale da 1 a 10 km (equispaziati), la procedura implementata permette di ottenere le ricostruzioni nel dominio del tempo riportate in Figura 2

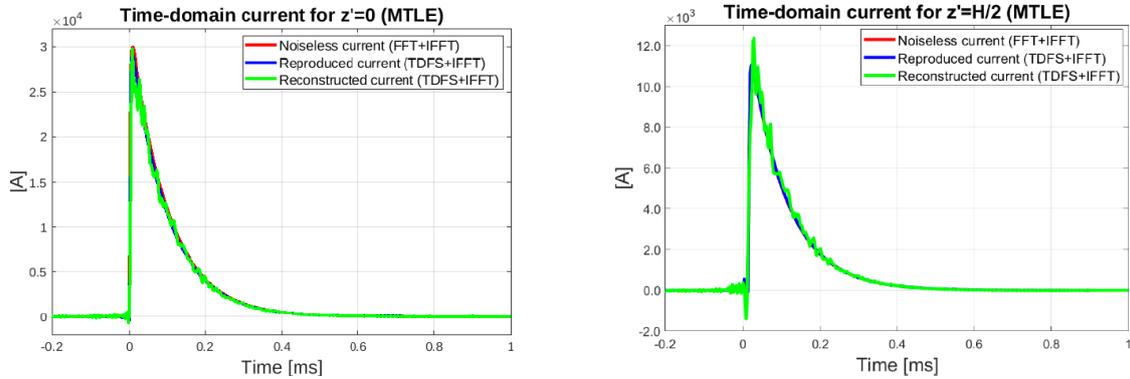


Figura 2 Ricostruzioni nel dominio del tempo.

Bibliografia

1. R. Aramini, M. Brignone, D. Mestriner, R. Procopio, A. Randazzo and M. Rubinstein, “Reconstruction of the Lightning Return-Stroke Current From the Radiated Magnetic Field”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 73, no. 4, pp. 2521-2532, April 2025
2. R. Aramini, M. Brignone, D. Mestriner, M. Pastorino, R. Procopio, F. Rachidi, A. Randazzo, and M. Rubinstein, “Computation of the attenuation function of the lightning return stroke current from electromagnetic fields measured in a short-duration time-window – Part II Numerical implementation,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 221, 2023, 109410.
3. F. Rachidi, W. Janischewskyj, A. M. Hussein, C. A. Nucci, S. Guerrieri, B. Kordi, and J.-S. Chang, “Current and Electromagnetic Field Associated With Lightning–Return Strokes to Tall Towers,” *IEEE Trans. Electromag. Compat.*, vol. 43, no. 3, pp. 356–367, 2001.