

# IL KERNEL METHOD PER LA TOMOGRAFIA ELETTROMAGNETICA IN TEMPO REALE

Vincenzo Mottola<sup>1</sup>, Antonello Tamburrino<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Dipartimento di Ingegneria Elettrica e dell'Informazione «M. Scarano», Università degli Studi di Cassino e del Lazio Meridionale.

La Tomografia a Resistenza Elettrica (ERT) è una tecnica di indagine non-distruttiva che permette di ricostruire l'andamento della conducibilità elettrica all'interno di un materiale conduttore a partire da misure di correnti e tensioni continue effettuate sul bordo.

Tale tecnica è largamente impiegata nei campi più svariati come l'industria chimica e di processo [1], in medicina [2], in ingegneria civile [3] e così via.

Due sono gli approcci presenti in letteratura per trattare questo tipo di problemi. Il primo è quello dei metodi iterativi, il cui intento è minimizzare la discrepanza tra i dati misurati e i dati ottenuti dalla simulazione di misure in presenza di profili di conducibilità modificati iterativamente. Questa tipologia di approccio permette di ottenere ottime ricostruzioni ma (i) ha un costo computazionale incompatibile con il tempo-reale, (ii) soffre del problema dei minimi locali, che conducono a false soluzioni.

Il secondo approccio è quello dei metodi non-iterativi, in cui, a partire dall'analisi del modello fisico-matematico del problema, è individuata una funzione indicatrice capace di fornire la ricostruzione in una sola iterazione. Tali metodi sono sicuramente compatibili con il tempo reale, ma pochi sono stati introdotti finora in letteratura.

Lo scopo di questa memoria è presentare un nuovo metodo non-iterativo per la tomografia elettromagnetica in tempo reale. Il metodo verrà introdotto nell'ambito della ERT ma può essere applicato senza variazioni anche ad altri contesti come la tomografia capacitiva e induttiva.

Il metodo proposto [4], chiamato Kernel Method, permette di ricostruire la forma, dimensione e posizione di un'anomalia incognita  $A$ , immersa in un materiale di forma nota (problema dell'ostacolo inverso). Si suppone di alimentare il sistema con correnti continue iniettate tramite elettrodi (vedi Figura 1). Il dato che viene processato è la matrice delle resistenze  $\mathbf{R}$ , tale per cui  $\mathbf{v} = \mathbf{R}\mathbf{i}$ , dove  $\mathbf{i}$  è il vettore delle correnti iniettate e  $\mathbf{v}$  è il vettore delle corrispondenti tensioni misurate.

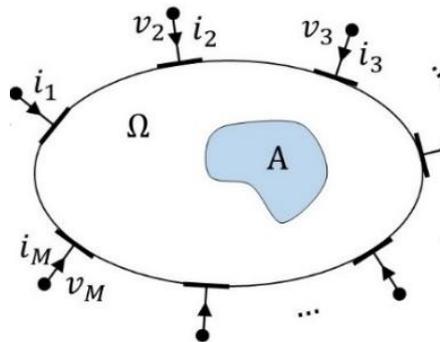


Figura 1: Il Kernel Method permette di ottenere un'immagine dell'anomalia incognita  $A$ . L'eccitazione è fornita da correnti continue iniettate tramite elettrodi

Il metodo è basato su una particolare proprietà del problema della conduzione stazionaria. Sia  $\mathbf{R}_{BG}$  la matrice delle resistenze associata ad una configurazione priva di difetti ( $A = \emptyset$ ), detta configurazione di riferimento. Si può dimostrare che, se esiste un vettore di correnti  $\mathbf{i}$  tale

per cui  $\mathbf{R}_{BG}\mathbf{i} = \mathbf{R}_A\mathbf{i}$  (cioè tale da realizzare le medesime misure in presenza e in assenza di difetto), allora la densità di corrente elettrica all'interno della configurazione di riferimento, quando alimentata dalle correnti  $\mathbf{i}$ , non fluisce all'interno della regione anomala  $A$ .

Da questa proprietà è possibile derivare un metodo d'imaging che consiste in: (i) misurare la matrice  $\mathbf{R}_A$ , (ii) misurare/simulare la matrice  $\mathbf{R}_{BG}$ , (iii) determinare il vettore  $\mathbf{i}$  tale che  $\mathbf{R}_{BG}\mathbf{i} = \mathbf{R}_A\mathbf{i}$ , (iv) determinare in maniera simulativa la densità di corrente elettrica nel materiale privo di difetto quando  $\mathbf{i}$  è applicato agli elettrodi, (v) determinare la regione anomala come quella in cui la densità di corrente elettrica è trascurabile.

Vale la pena notare che il vettore  $\mathbf{i}$  al punto (iii) può essere determinato in maniera agevole risolvendo un opportuno problema agli autovalori [4].

Il costo computazionale del metodo, dato dalle operazioni effettuate a valle delle misure, è sicuramente compatibile con il tempo reale, dato che esse richiede la soluzione di (i) un problema agli autovalori, (ii) un singolo problema diretto. Inoltre il metodo presenta un'implementazione estremamente semplice e una buona robustezza nei confronti del rumore di misura.

A tal proposito si presentano alcuni risultati simulativi che confermano la bontà del metodo proposto. Le ricostruzioni sono state ottenute simulando varie configurazioni di difetto e aggiungendo ai dati ottenuti del rumore sintetico gaussiano bianco.

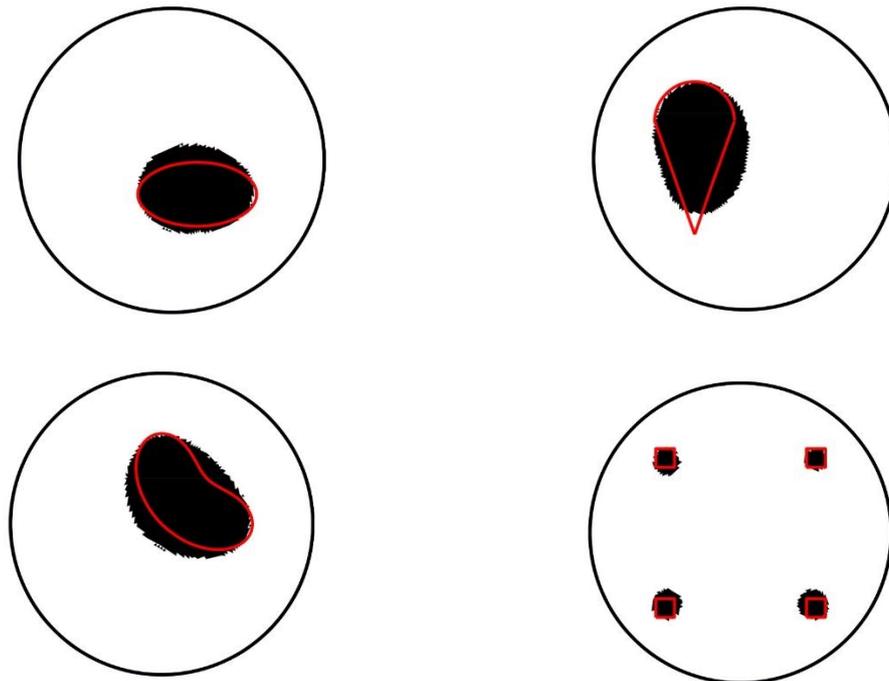


Figura 2: Ricostruzioni ottenute attraverso l'applicazione del Kernel Method. In rosso il bordo della regione anomala  $A$ , in nero la regione ricostruita. Il rumore altera la quarta cifra significativa dei dati simulati

## Bibliografia

- [1] Cheng J, Liu S and Li Y 2019 Design and optimization of liquid level sensor based on electrical tomography 2019 IEEE International Conference on Imaging Systems and Techniques (IST)
- [2] Holder D 1994 Thorax 49 626–626
- [3] Jordana J, Gasulla M and Pall'as-Areny R 2001 Measurement Science and Technology 12
- [4] A. Tamburrino, V. Mottola, Imaging of conducting materials via the Kernel Method. International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics. 2024;74(4)