

# SEMPLIFICAZIONE DEL METODO ANTIDERIVATIVE ANTIALIASING PER CIRCUITI A TEMPO DISCRETO

*Leonardo Gabrielli e Stefano Squartini*

Dip. Ingegneria dell'Informazione, Università Politecnica delle Marche  
via Brecce Bianche, Ancona

Il metodo Antiderivative Antialiasing (ADAA) [1] è risultato di grande rilevanza per la riduzione dell'aliasing nei circuiti digitali in presenza di funzioni non lineari in applicazioni audio. Tuttavia, la sua implementazione richiede il calcolo analitico dell'antiderivata della funzione non lineare, che in casi pratici può essere difficile senza un risolutore simbolico. Inoltre, quando la funzione non lineare è ottenuta tramite misure, deve essere approssimata analiticamente per poter essere utilizzata. In questo articolo, proponiamo un approccio semplice all'ADAA per applicazioni pratiche che impiega l'integrazione numerica di Lookup Tables (LUT) per approssimare l'antiderivata. Questo metodo elimina la necessità di soluzioni in forma chiusa, semplificando il processo di implementazione dell'ADAA nelle applicazioni industriali. Nel seguito analizziamo i vantaggi di questo approccio come la sua efficienza computazionale e facilità di implementazione, discutendo al contempo il potenziale impatto degli errori di integrazione numerica sulle prestazioni di anti-aliasing. Molti esperimenti sono stati condotti con non linearità statiche (es. circuito di wavefolding Buchla 259) e con memoria (diode clipper).

La soluzione che proponiamo, d'ora in poi denominata ADAA-LUT, è semplice ma flessibile. Consiste nell'integrazione numerica della funzione  $f(x)$  e nella memorizzazione dei valori ottenuti in una LUT. Pertanto, l'antiderivata di ordine  $n$ ,  $F_n(x)$  è precalcolata su un intervallo opportuno.

In dettaglio, se  $f(x)$  è calcolata su  $K$  punti distanziati da un intervallo  $\Delta x$  costante, otteniamo  $\hat{f}(x)$ . Questa può essere ottenuta tramite misurazioni fisiche (ad esempio di un circuito) o tramite il calcolo diretto di un'espressione in forma chiusa in un numero di valori di input significativi. Se i  $K$  punti sono nell'intervallo  $[a, b]$ , l'antiderivata di primo ordine può essere ottenuta tramite:

$$\hat{F}_1(k) = \rho + \sum_{k=0}^K \hat{f}(a + k\Delta x) \cdot \Delta x \quad (1)$$

dove  $\rho$  è la costante di integrazione, e  $k$  è l'indice con cui vengono identificati i  $K$  punti su cui è calcolata  $f(x)$ . L'integrazione numerica può essere ripetuta per ottenere le antiderivate di ordine superiore. La LUT dell'antiderivata può ora essere utilizzata per calcolare l'equazione, utilizzando qualsiasi forma di lettura interpolata, la più semplice delle quali è l'interpolazione lineare, ma se necessario può essere sostituita con forme più avanzate di interpolazione.

Un vantaggio di questo approccio è che elimina la necessità di calcoli simbolici, semplificando l'implementazione e consentendo una più rapida implementazione di diverse funzioni non lineari, poiché l'algoritmo rimane lo stesso. È facile applicare il metodo a numerose non linearità senza necessità di riscrivere codice. L'efficienza computazionale è estremamente migliorata, poiché non è necessario calcolare funzioni trascendentali.

Il metodo è stato ampiamente sperimentato su varie tipologie di funzione nonlineare. Sono state considerate nonlinearità di tipo *tanh*, circuiti senza memoria con il wavefolder Buchla 259, che presenta numerose discontinuità della derivata prima, e un circuito con memoria, il diode clipper [2].

Per brevità consideriamo qui una coppia di misure dello spettro in uscita dal circuito wavefolder in presenza di ingresso sinusoidale a 4186 Hz, mostrato in Fig. 1. Com'è possibile vedere la presenza di parziali spurie dovute all'aliasing è enormemente ridotta. L'esempio fa uso di ADAA-LUT di terzo ordine (quindi viene utilizzata l'antiderivata terza), cosa che permette di migliorare le prestazioni rispetto al metodo di primo o secondo ordine, più comunemente utilizzati. Sebbene un metodo ADAA di terzo ordine fosse già stato proposto in letteratura, la sua applicabilità era precedentemente piuttosto limitata per la complessità delle espressioni ottenute e per la complessità di integrare certi tipi di funzioni trascendenti più volte. Nell'esempio in figura si ottiene un miglioramento del SNR di 8.8 dB.

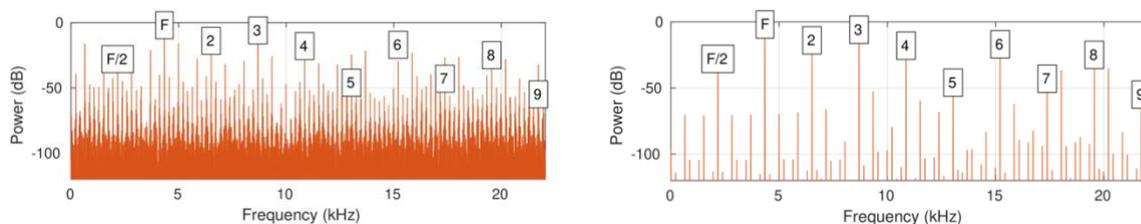


Fig. 1 – Spettro dell'uscita di un circuito wavefolder multiplo (Buchla 259) con ingresso sinusoidale senza ADAA (sinistra) e con ADAA (destra). Le parziali non contrassegnate da etichetta sono spurie.

Si è inoltre verificato che sistemi con memoria si comportano esattamente come con la tecnica ADAA a meno di piccolissimi errori numerici che si evidenziano in bassissima frequenza e si è valutato l'impatto della dimensione della LUT e del metodo di interpolazione. Sebbene l'errore di approssimazione legato alla LUT sia molto basso (con una LUT da 128 campione è sempre inferiore ai -100 dB per ogni bin di frequenza), è possibile utilizzare un'interpolazione spline, che a costo di alcune operazioni aggiuntive permette di ridurlo ulteriormente.

Il metodo ADAA-LUT, seppur semplice, è in grado di favorire l'adozione delle tecniche ADAA. Si ritiene che possa avere particolare utilità in ambito industriale, per la riduzione del tempo di ricerca e sviluppo, e in campo didattico, per la sua semplicità, che lo renderà maggiormente utilizzabile dagli studenti. In futuro si potrebbe rendere utile un metodo che automatizzi anche il calcolo dell'espressione ADAA di ordine superiore seguendo l'esempio di [3].

### Bibliografia

- [1] Parker, J. D., V. Zavalishin, and E. Le Bivic. "Reducing the aliasing of nonlinear waveshaping using continuous-time convolution" Proc. DAFx16, 2016.
- [2] D. T. Yeh, J. Abel, and J. O. Smith, "Simulation of the diode limiter in guitar distortion circuits by numerical solution of ordinary differential equations," in Proc. DAFx07.
- [3] Bilbao, S., F. Esqueda, J.D. Parker, V. Välimäki, "Antiderivative antialiasing for memoryless nonlinearities." IEEE Signal Processing Letters 24.7 (2017)